

VŠB – Technická univerzita Ostrava
Fakulta strojní
Katedra mechaniky



Studie citlivosti výsledků modální analýzy železničního kola
na parametrech užitého MKP modelu

A Study of Modal Analysis Results Sensitivity of a rial Wheel
on Applied FEM Modal Parameters

Student:

Jan ZAMARSKÝ

Vedoucí bakalářské práce:

Ing. Jan SZWEDA, Ph.D.

Ostrava 201

Místopřísežné prohlášení studenta

Prohlašuji, že jsem celou bakalářskou práci včetně příloh vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a uvedl jsem všechny použité podklady a literaturu.

V Ostravě dne:

.....

podpis studenta

Prohlašuji, že:

- byl jsem seznámen s tím, že na moji diplomovou (bakalářskou) práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. – autorský zákon, zejména §35 – užití díla v rámci občanských a náboženských obřadů, v rámci školních představení a užití díla školního a §60 – školní dílo.
- beru na vědomí, že Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (dále jen VŠB-TUO) má právo nevýdělečně ke své vnitřní potřebě diplomovou (bakalářskou) práci užít (§35 odst. 3).
- souhlasím s tím, že jeden výtisk diplomové (bakalářské) práce bude uložen v Ústřední knihovně VŠB-TUO k prezenčnímu nahlédnutí a jeden výtisk bude uložen u vedoucího diplomové (bakalářské) práce. Souhlasím s tím, že údaje o diplomové (bakalářské) práci budou zveřejněny v informačním systému VŠBTUO.
- bylo sjednáno, že s VŠB-TUO, v případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užít dílo v rozsahu §12 odst. 4 autorského zákona.
- bylo sjednáno, že užít své dílo – diplomovou (bakalářskou) práci nebo poskytnou licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem VŠB-TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB-TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše).

V Ostravě dne:.....

.....

podpis studenta

Jméno a příjmení autora práce:

Jan ZAMARSKÝ

Adresa trvalého pobytu:

Janovice 592, 739 11 Frýdlant n. O.

ANOTACE BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

ZAMARSKÝ, J. Studie citlivosti výsledků modální analýzy železničního kola na parametrech užitého modelu „Metody konečných prvků“, dále jen MKP; bakalářská práce Ostrava: VŠB – Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, Katedra mechaniky, 2011. Vedoucí práce: Ing. Jan Szweda Ph.D.

Bakalářská práce se zabývá návrhem optimalizace výpočtu modální analýzy železničního kola, která je významná pro určení vlastních tvarů a vlastních frekvencí kmitů v oblasti modální analýzy. Teoretická část této bakalářské práce je zaměřena na volbu velikostí prvků, volbu typu prvku tak, aby bylo dosaženo co nejpřesnějšího výsledku v nejkratším možném čase za použití nejnovějších produktů automatického zpracování dat.

Dalším krokem je vlastní řešení pomocí metody konečných prvků za pomoci výpočetní techniky a počítačové simulace. Následuje zpracování dat do tabulek a jejich grafického zobrazení a následné vyhodnocení.

Cílem práce je navrhnout optimální výpočet tak, aby tato bakalářská práce mohla sloužit vývojovým pracovníkům společnosti BONATRANS GROUP a. s. pro snadnější práci v problematice konstrukcí železničního kola.

OF BACHELOR THESIS

ZAMARSKÝ, J., A Study of Modal Analysis Results Sensitivity of Rail Wheel on Applied FEM Model Parameters; Bachelor Thesis. Ostrava: VŠB – Technical University of Ostrava, Faculty of Mechanical Engineering, Department of mechanic, 2011. Thesis head: Ing. Jan Szweda Ph.D.

Bachelor thesis proposes optimization of modal analysis calculation of a Rail Wheel determining eigen shapes and eigen frequencies within the Model analysis. Theoretical part concerns with elements size and element type alternatives in order to achieve the most precise results within the shortest time possible using the latest products of automatic data processing

Next part is devoted to calculation itself using finite element methodology also computing technology and simulations. Subsequently there is data processing resulting in table and visual transformation for final results interpretation.

The goal of the Bachelor thesis is to propose optimal calculation so that developers of BONATRANS GROUP a. s. company could benefit and utilize its results regarding the Rail Wheel construction.

Poděkování:

Chtěl bych poděkovat vedoucímu své bakalářské práce, Ing. Janu Szwedovi, Ph.D. za rady, připomínky, za čas který mi věnoval pro zpracování tohoto zajímavého tématu. Dále také společnosti BONATRANS GROUP a. s., která poskytla model a výkres železničního kola.

Obsah

Anotace bakalářské práce	3
Obsah	5
Seznam použitého značení	6
Úvod	7
1. Teorie volby velikost a typu elementu	8
1.1. Vzorové řešení nosníku	10
1.1.1. Analytický výpočet	12
1.1.2. Řešení metody konečných prvků	12
2. Rozbor možné variace výpočtové sítě	18
3. Vyhodnocení výsledku	23
3.1. Vyhodnocení průměrných hodnot	25
3.2. Zhodnocení získaných výsledků	28
4. Závěr a doporučení	29
Seznam použité literatury	30
Seznam příloh	32

.

Seznam použitých značek a symbolů

symbol	jednotka	název a nebo popis veličiny
u	mm	vektor jednotkového posunutí
r	mm	vektor zobecněných uzlových posuvů
N	-	transformační matice
F	N	síla
L	m	celková délka nosníku
b	m	šířka průřezu nosníku
h	m	výška průřezu nosníku
M_o	Nm	ohybový moment vnějších sil
W_o	m	průřezový model v ohybu
σ_o	Pa	ohybové napětí
l	mm	délka
f	Hz	frekvence
f_{1-31}	Hz	vlastní frekvence od 1. po 31. vlastní tvar
$K(5)$	-	relativní hodnota frekvence pro velikost elementu 5 mm
$K(8)$	-	relativní hodnota frekvence pro velikost elementu 8 mm
$K(10)$	-	relativní hodnota frekvence pro velikost elementu 10 mm
$K(15)$	-	relativní hodnota frekvence pro velikost elementu 15 mm
$K(20)$	-	relativní hodnota frekvence pro velikost elementu 20 mm
$\Delta(5-5)$	Hz	relativní změna frekvence mezi dvěma vlastními frekvencemi pro velikost elementu 5 mm
$\Delta(5-8)$	Hz	relativní změna frekvence mezi dvěma vlastními frekvencemi pro velikost elementu 8 mm
$\Delta(8-10)$	Hz	relativní změna frekvence mezi dvěma vlastními frekvencemi pro velikost elementu 10 mm
$\Delta(10-15)$	Hz	relativní změna frekvence mezi dvěma vlastními frekvencemi pro velikost elementu 15 mm
$\Delta(15-20)$	Hz	relativní změna frekvence mezi dvěma vlastními frekvencemi pro velikost elementu 20 mm
$f(5)$	Hz	hodnoty vlastních frekvencí pro velikosti elementu 5 mm
$f(8)$	Hz	hodnoty vlastních frekvencí pro velikosti elementu 8 mm
$f(10)$	Hz	hodnoty vlastních frekvencí pro velikosti elementu 10 mm
$f(15)$	Hz	hodnoty vlastních frekvencí pro velikosti elementu 15 mm
$f(20)$	Hz	hodnoty vlastních frekvencí pro velikosti elementu 20 mm

Úvod

Předmět této bakalářské práce je patrný ze samotného názvu „Studie citlivost výsledků modální analýzy železničního kola na parametrech užitého MKP (metody konečných prvků) modelu.“ Pro dané zadání by bylo možné použít několik typů řešení. Pro účely této bakalářské práce byla zvolena metoda numerické simulace

Cílem této bakalářské práce je stanovit optimální konfiguraci konečnoprvkového modelu a to jak z pohledu geometrického, tak ve vazbě na použitý typ konečného prvku. Prvořadým kritériem by měl být akceptovatelný strojový čas výpočtu a v neposlední řadě také dostatečná přesnost získaných výsledků. K ověření základních vlastností různých variant konečnoprvkových modelů je využito mechanické struktury v podobě železničního kola. Z tohoto pohledu je zřejmé že předložená bakalářská práce má pro zadavatele projektu velký praktický význam.

Výsledky praktické části této bakalářské práce budou použity pro potřeby společnosti BONATRANS GROUP a. s., se sídlem Bohumín, Revoluční 1234. Tato firma vznikla v roce 1999 oddělením Závodu železniční dvojkolí od firmy ŽDB a. s., tato společnost byla založen roku 1965 v tehdy statním podniku Železářny a drátovny Bohumín. Společnost BONATRANS GROUP a.s. se zabývá výrobou železničních kol a dvojkolí, je jedním z největších výrobců svého druhu na světě. Výrobní proces v BONATRANS GROUP a. s. zahrnuje výrobu surových náprav kol a obručí, následně jejich obrábění a montáž. Tato vysoce specializovaná výroba má již mnoholetou tradici, samozřejmostí je proto vynakládání značného úsilí v oblasti výzkumu a vývoje V mnoha oblastech výzkumu a vývoje spolupracuje tato společnost právě s Vysokou školou báňskou - Technickou univerzitou Ostrava.

1. Teorie volby velikosti a typu elementu

Pro tuto bakalářskou práci - studii citlivosti výsledků modální analýzy železničního kola je záměrně užito MKP modelu jako neoptimálnějšího řešení z důvodu četnosti používání této metody, velmi dobré vizualizace a konečně pohodlného zpracování požadovaných výsledků.

Metoda konečných prvků (dále jen MKP) je numerická metoda pro řešení parciálních diferenciálních rovnic. Z praktického hlediska je jí možné použít zejména k simulaci průběhů napětí, deformací, vlastních frekvencí, proudění tepla, jevů elektromagnetismu, proudění tekutin na vytvoření fyzikálního modelu. Její princip spočívá v diskretizaci spojitého kontinua do určitého počtu prvků, přičemž zjišťované parametry jsou určovány v jednotlivých uzlových bodech konečnoprvkového modelu. MKP je užívána především pro kontrolu již navržených zařízení, nebo pro stanovení kritického místa konstrukce. Ačkoliv jsou principy této metody známy již delší dobu, k jejímu velkému využití došlo teprve s nástupem moderní výpočetní techniky. Tato metoda vznikla díky potřebě řešit složité úlohy z pružnosti a strukturní analýzy v inženýrské praxi. Její počátky lze vysledovat v práci Alexandera Hrennikoffa a Richarda Couranta. Ačkoliv byly přístupy použité těmito průkopníky v zásadě odlišné, měly jednu společnou charakteristiku: rozdělit spojitě oblasti do množiny samostatných oblastí. Hrennikoffova práce rozděluje oblast pomocí mřížky, zatímco Courantův princip dělí oblasti do konečného množství trojúhelníkových elementů. Následuje řešení eliptických parciálních diferenciálních rovnic druhého stupně, které byly sestaveny u úlohy zabývající se krutem válce. Vývoj MKP začal v 50. letech 20. století na univerzitě ve Stuttgartu prací Johna Argyrise a pokračoval na universitě v Barkeley prací Raye W. Clougha v 60. letech.[7]

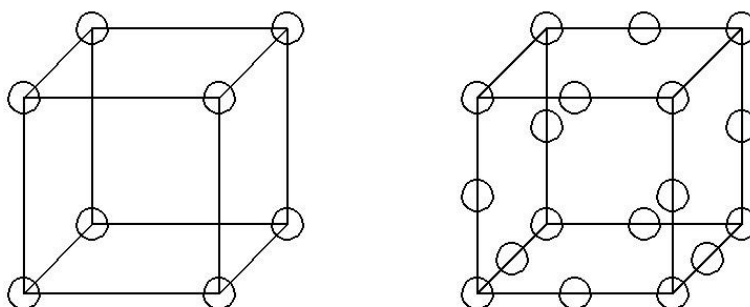
MKP je založena na Lagrangeově principu: Těleso je v rovnováze, jestliže celková energie deformace soustavy je minimální. MKP nachází uplatnění v mnoha oborech při vývoji produktů, zpravidla v oblasti strojního inženýrství. Některé moderní MKP programy obsahují specifické nástroje. MKP umožňuje detailní zobrazení struktur při ohýbání nebo kroucení, kompletní návrh, testování a optimalizaci ještě před vyrobením prototypu. Tento mocný nástroj pro navrhování výrazně zlepšil i úroveň technických výkresů a způsob konstruování u mnohých průmyslových aplikací. Zavedení MKP se výrazně snížila doba od původního návrhu k hotovému výrobku.

Pro realizaci těchto výpočtů existuje několik softwarových aplikací pro použití na moderních počítačích, jako například ANSYS ta má právě nejnovější verzi 13, PATRAN, ABAQUS a jiné méně známější aplikace. Pro tuto bakalářskou práci byl zvolen software ANSYS, verze 12.0. Tato verze byla zvolena jako neoptimálnější pro použití na stávající výpočetní technice. Rozdíl mezi použitím rozdílných softwarů nebo jejich verzí nemá žádný vliv na výsledky výpočtu jako takových, nepatrné rozdíly budou pouze v časovém průběhu výpočtů.

Vlastní výpočty numerických modelů budou provedeny na výpočetním centru Vysoké školy Báňské – Technické university Ostrava.

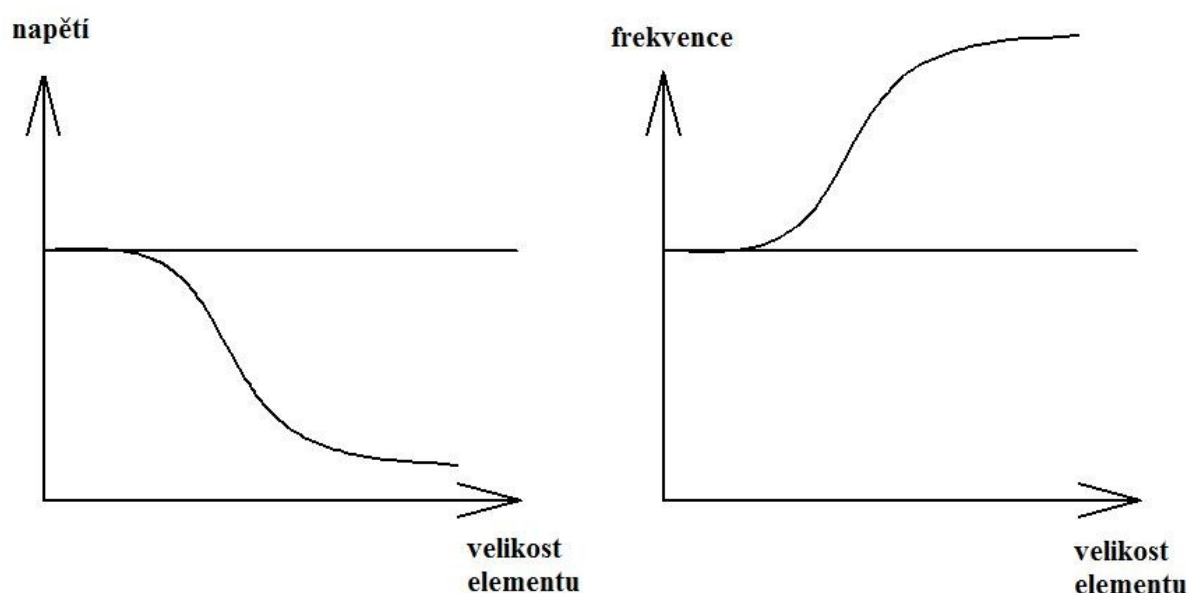
Pro vytvoření konečnoprvkového modelu (MKP) je potřeba vytvořit na geometrickém modelu konečnoprvkovou síť, které se přiřazují typy prvku a její velikost, dále materiálové vlastnosti. Základním parametrem sítě je velikost mezi uzlovými body. Pro každý prvek je potřeba vyjádřit funkci posunutí a přetvoření, které jsou spojitými proměnnými veličinami kontinua, v závislosti na zobecněných uzlových posuvech. Viz vzorec

U metody MKP však může dojít k chybám, které vznikají zejména špatnou volbou typu použitého prvku, případně špatnou geometrickou konfigurací modelu. Mezi elementy neboli prvky existují různé typy, od čtyřstěnu přes krychličky až po osmistěny. Každý z těchto typů, má v každém svém rohu uzel, popřípadě existují také prvky s meziuzly, které bývají na v polovinách mezi těmito rohovými uzly



Obrázek č. 1 – Příklad kubických prvků

Základním aspektem při generaci sítě konečných prvků je bezesporu její hustota. Obecně lze přepokládat, že s rostoucí hustou konečnoprvkové sítě roste i přesnost získaných výsledků, což platí jen za předpokladu, že parametry konečných prvků nepřesáhly kritickou hranici zaokrouhlovací chyby. Tyto teoretické předpoklady platí jak pro řešení úloh lineární statiky, tak pro dynamické úlohy typu modální analýzy, avšak statické úlohy konvergují zespoda, zatímco modální analýza konverguje ze shora. Viz obrázek 5. U tohoto výkladu bylo čerpáno z literatury [8;9].



Obrázek č. 2 – Znázornění chování výsledků

Z uvedených grafů je patrné, jaká je teoretická citlivost výsledků při MKP simulacích. Vodorovná čára představuje skutečný stav, k němuž úloha konverguje, křivka znázorňuje chybu vypočtených výsledků jako funkci velikosti elementu. Z tohoto důvodu bylo rozhodnuto, že tento jev bude ověřen na jednoduchém příkladě, který bude porovnávat citlivost výsledků MKP. Tyto hodnoty pak budou porovnány s analytickým řešením.

$$\{u\} = [N]\{r\} \quad (1. a)$$

Kde $[N]$ je zatím neznámá transformační matice. Tyto matice obvykle aproximují ve formě mnohočlenů prostorových souřadnic. [10]

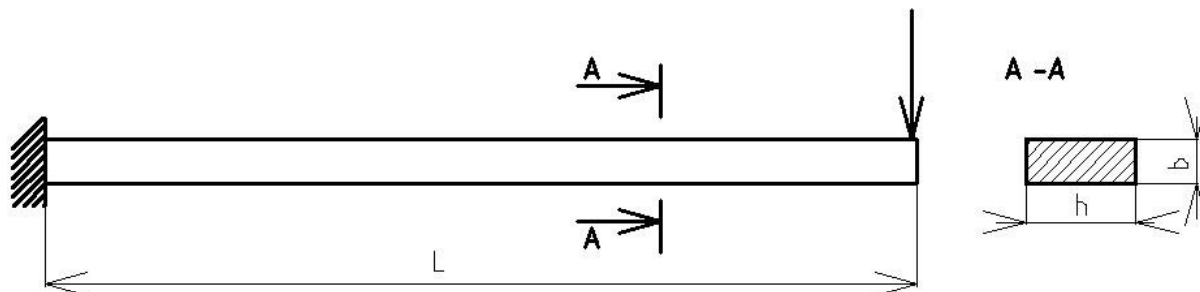
1.1. Vzorové řešení nosníku

Pro samotný výpočet MKP modelu jsou zvoleny dva typy prvků. Jako první typ je takzvaný SOLID, který se používá pro 3D modely. Druhým prvkem je typ BEAM, který se nejčastěji používá pro příhradové konstrukce, tyče, popřípadě také i pro nosníky. Tento prvek se zobrazuje jako 1D, průřez jednotlivých částí se nastavuje jako parametr. Oba tyto způsoby výpočtu budou srovnávány s analytickým řešením

Teoretická část se bude zabývat volbou konečnoprvkového modelu. Pro příklad jsem si vybral jednoduchý nosník. Typ nosníku bude zvolen s obdélníkovým průřezem; rozměry a okrajové podmínky viz obr. 3. a 4.

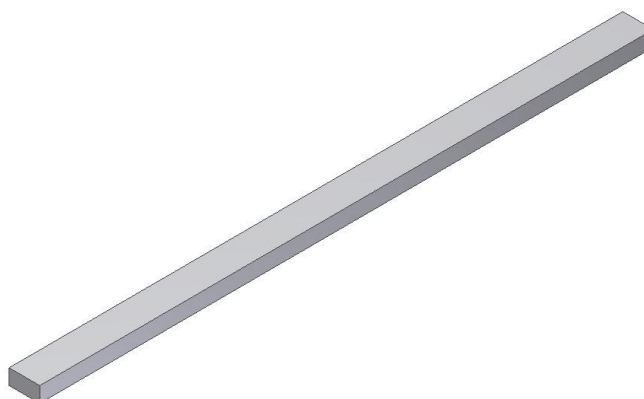
Zadání úlohy

šířka $b = 20 \text{ mm}$
 výška $h = 40 \text{ mm}$
 délka $L = 800 \text{ mm}$
 síla $F = 500 \text{ N}$



Obrázek č. 3 – Volba okrajových podmínek a zobrazení kót

Okrajové podmínky byly zvoleny tak, aby se daly výsledky z matematického řešení porovnat s analytickým řešením. První okrajová podmínka je síla F . Druhá a zároveň poslední okrajová podmínka je typ uložení a v tomto případě je nosník plně vetknut. Okrajové podmínky viz obr 4.



Obrázek č. 3 – Nosník ve 3D zobrazení

1.1.1. Analytický výpočet

Výpočet ohybového momentu

$$M_o = F \cdot L = 500 \cdot 800 \quad (2.1.1. a)$$

$$M_o = 400000 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

Výpočet průřezového modulu v ohybu

$$W_o = \frac{b \cdot h^2}{6} = \frac{40 \cdot 20^2}{6} \quad (2.1.1. b)$$

$$W_o = 2666,667 \text{ mm}^3$$

Výpočet ohybového napětí na nosníku

$$\sigma_o = \frac{M_o}{W_o} = \frac{400000}{2666,667} \quad (2.1.1. c)$$

$$\sigma_o = 150 \text{ MPa}$$

Hodnota ohybového napětí z analytického výpočtu je 150 MPa. Tuto hodnotu nyní budeme srovnávat s výsledky, které nám určí metoda konečných prvků.

2.1.2 Řešení metody konečných prvků

Model SOLID

Tento model je totožný s obr. 4. Okrajové podmínky byly voleny dle obr. 3. Tj. nosník je na jednom konci vetknu (odebrány všechny stupně volnosti příslušných uzlů) a na volném konci působí síla kolmo k podélné ose tak, že nosník je ohýbán kolem osy s menším momentem setrvačnosti. Velikosti sítě budou voleny od 5 až po 50 mm. Jak pro výpočet napětí, tak i pro výpočet první vlastní frekvence. Výsledky viz Tab. 1.

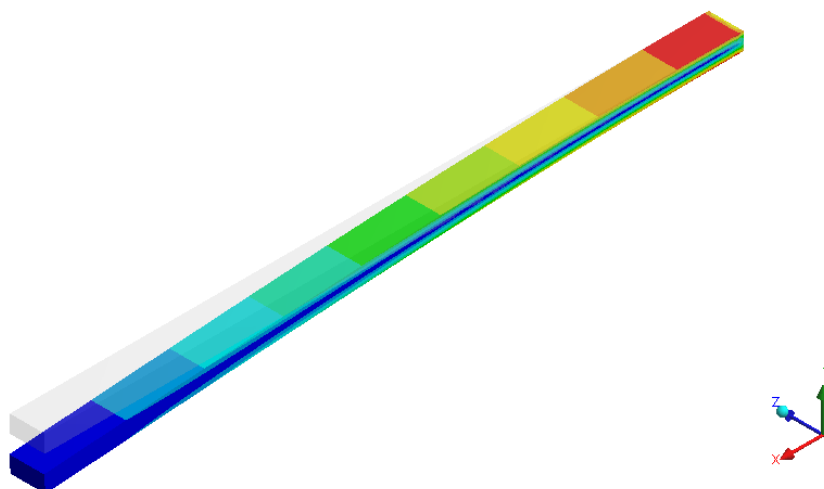
vel. elementu [mm]	počet prvků	deformace [mm]	Napětí [MPa]	1. vlastní frekvence[Hz]
5	5125	15,729	150,04	25,528
10	640	15,723	149,27	25,535
15	189,63	15,718	148,53	25,541
20	80,00	15,656	147,43	25,575
25	40,96	15,674	146,81	25,588
30	23,70	15,664	145,36	25,599
35	14,93	15,652	144,43	25,612
40	10,00	15,640	143,52	25,625
45	7,02	15,630	143,05	25,636
50	5,12	15,618	142,75	25,649

Tabulka 1 – Tabulka výpočtu pomocí modelu SOLID

A: Static Structural (ANSYS)
Equivalent Stress - SOLID
Type: Equivalent (von-Mises) Stress
Unit: MPa
Time: 1



150.01 Max
133.4
116.8
100.19
83.583
66.976
50.369
33.762
17.155
0.54789 Min

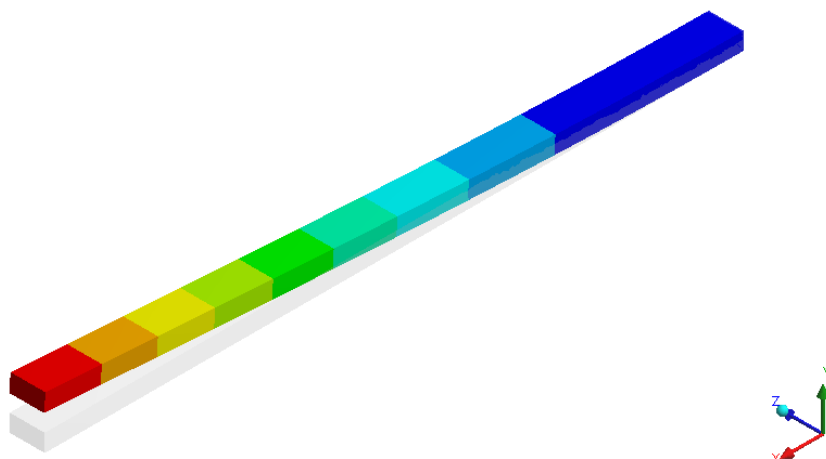


Obrázek 5 – Vykreslení napětí SOLID prveku

B: Modal (ANSYS)
1. vlastní tvar - SOLID
Type: Total Deformation
Frequency: 25.53 Hz
Unit: mm
Time: 25.53



28.23 Max
25.093
21.957
18.82
15.683
12.547
9.41
6.2733
3.1367
0 Min



Obrázek 6 – Vykreslení první vlastní frekvence SOLID prvek

Model BEAM

Tento typ elementu je specifický tím, že pro závislost deformace na vnějším zatížení je použito vztahů dle teorie přímých nosníků. V počítačovém modelování je tento typ prvků zobrazován pouze jako „čára“ a typ průřezu je dán parametry. Tento model bylo děleno na části podle počtu prvků, nikoliv podle velikosti elementu.

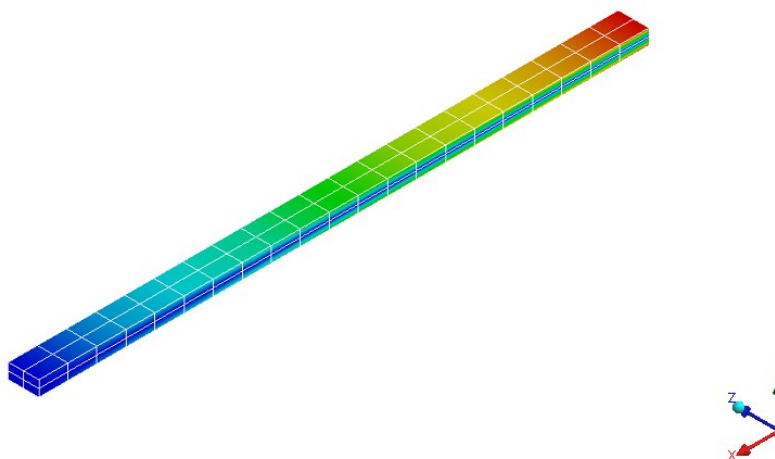
vel. elementu [mm]	počet prvků	deformace [mm]	napětí [MPa]	1. vlastní frekvence [Hz]
44,44	18	15,632	150	25,469
50	16	15,752	149,52	25,469
57,14	14	15,765	149,05	25,538
66,67	12	15,765	148,65	25,489
80	10	15,772	148,29	25,967
100	8	15,782	147,57	26,254
133,33	6	15,793	147,15	26,516
200	4	15,805	146,89	26,972
400	2	15,842	146,52	27,269
800	1	16,008	146,26	27,592

Tabulka 2 – Tabulka výpočtů pomocí modelu BEAM

C: Static Structural (ANSYS)
Maximum Stress - BEAM
Type: Maximum Combined Stress
Unit: MPa
Time: 1



150 Max
134.13
118.25
102.38
86.508
70.635
54.762
38.889
23.016
7.1429 Min

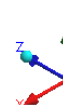
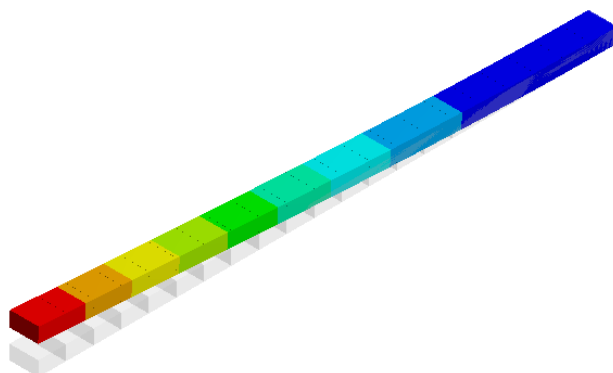


Obrázek 7 – Vykreslení napětí pro BEAMOVÝ prvek

D: Modal (ANSYS)
1. vlastní tvar - BEAM
Type: Total Deformation
Frequency: 25.47 Hz
Unit: mm
Time: 25.47



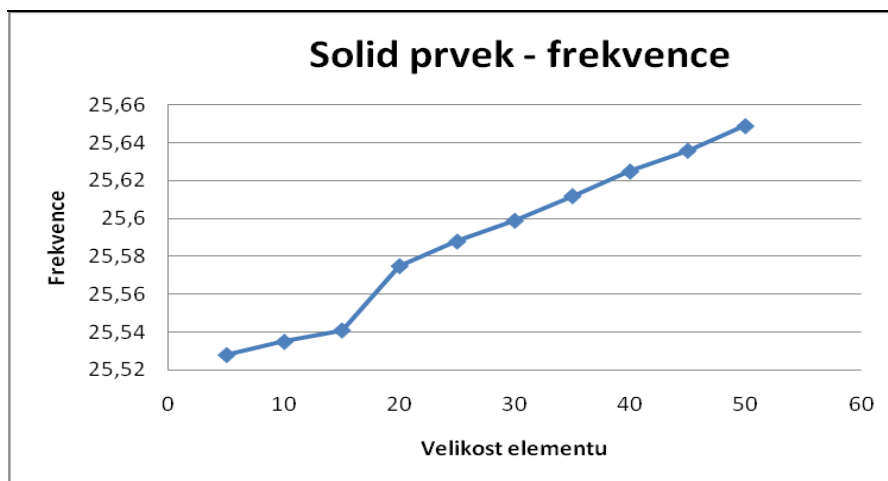
28.208 Max
25.074
21.94
18.806
15.671
12.537
9.4028
6.2685
3.1343
0 Min



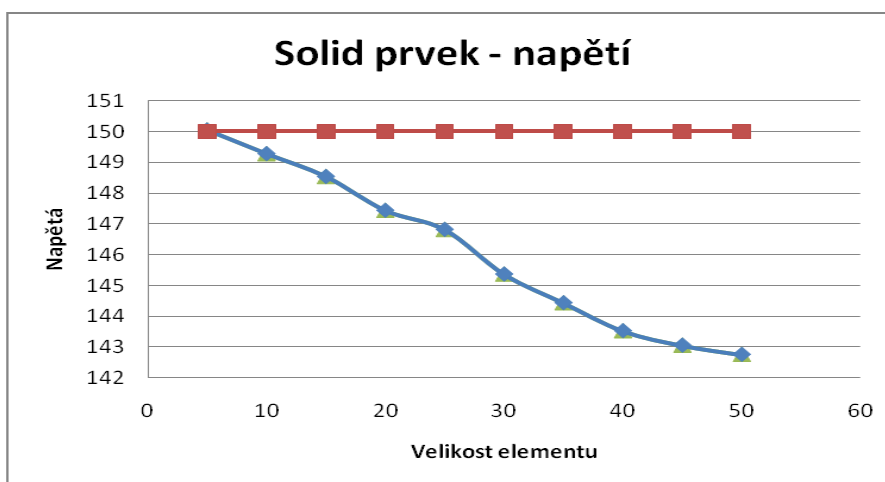
Obrázek 8 – Vykreslení první vlastní frekvence BEAMOVÝ prvek

Pro SOLID prvek

Následuje grafické zobrazení výsledků zjištěných na modelové úloze pro konečný prvek typu SOLID.



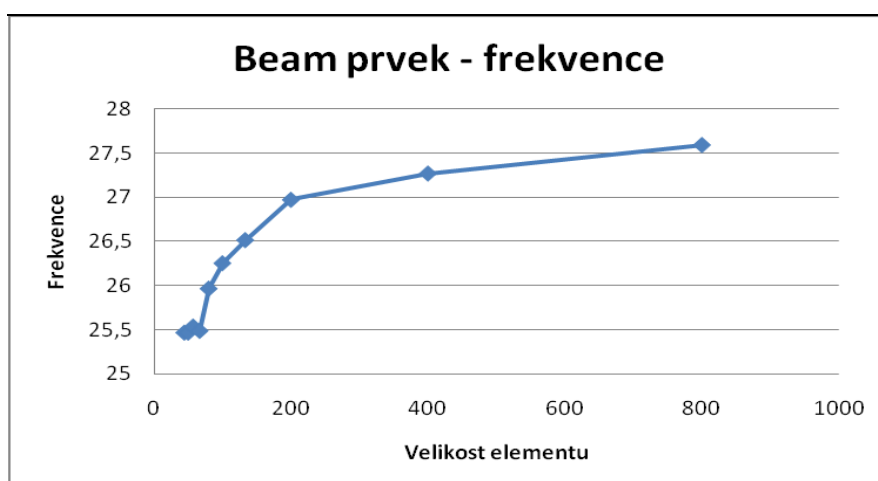
Graf č. 1 – Citlivost výsledků MKP modelu vlastní frekvence vlivem velikosti elementu pro SOLID prvek



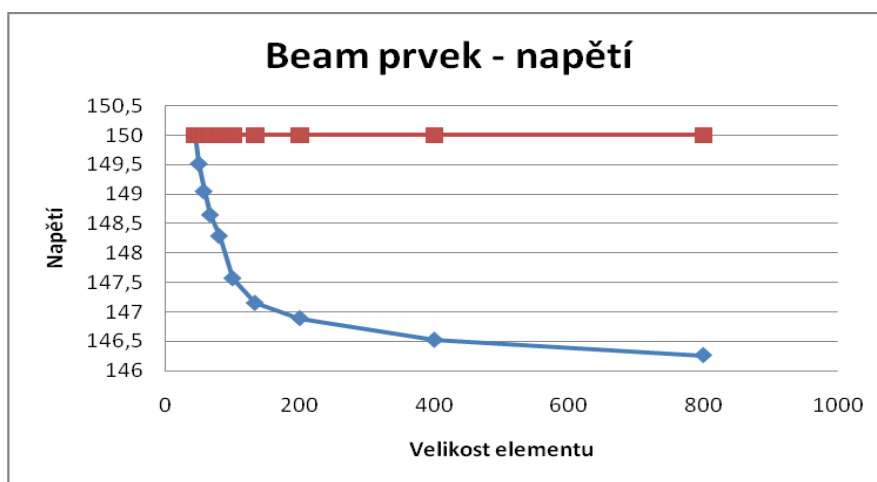
Graf č. 2 – Citlivost výsledků MKP modelu napětí vlivem velikosti elementu pro SOLID prvek

Pro prvek BEAM

Následuje grafické zobrazení výsledků zjištěných na modelové úloze pro konečný prvek typu BEAM



Graf č. 3 – Citlivost výsledků MKP modelu vlastní frekvence vlivem velikosti elementu pro BEAM prvek



Graf č. 4 – Citlivost výsledků MKP modelu napětí vlivem velikosti elementu pro BEAM prvek

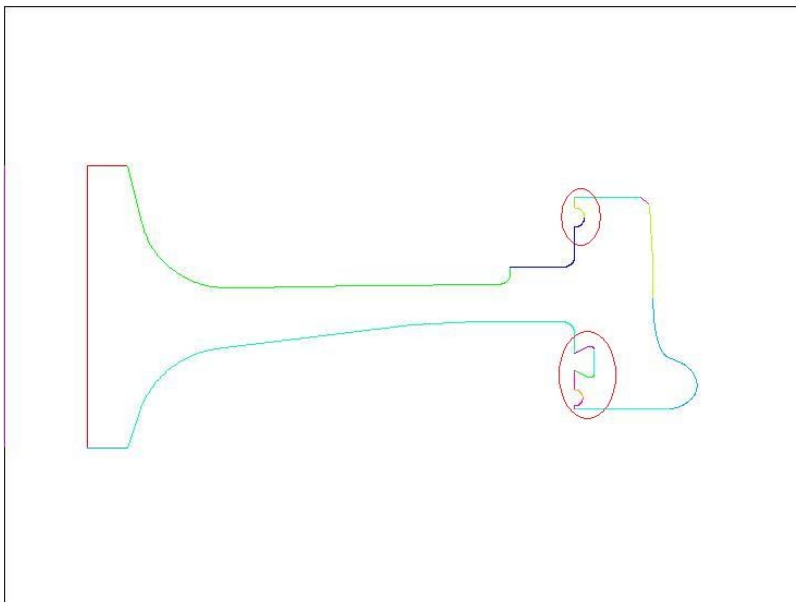
Z grafů číslo 1. 2 3. a 4. lze potvrdit souvislosti na obr č. 2. Tohoto jevu mohu využít při výpočtu na konkrétním příkladu.

Pro společnost BONATRANS GROUP a.s. jsou nejdůležitější hodnoty vlastních frekvencí kmitů od 0 do 5000Hz. Tato bakalářská práce bude proto plně akceptovat tento stanovený rozsah.

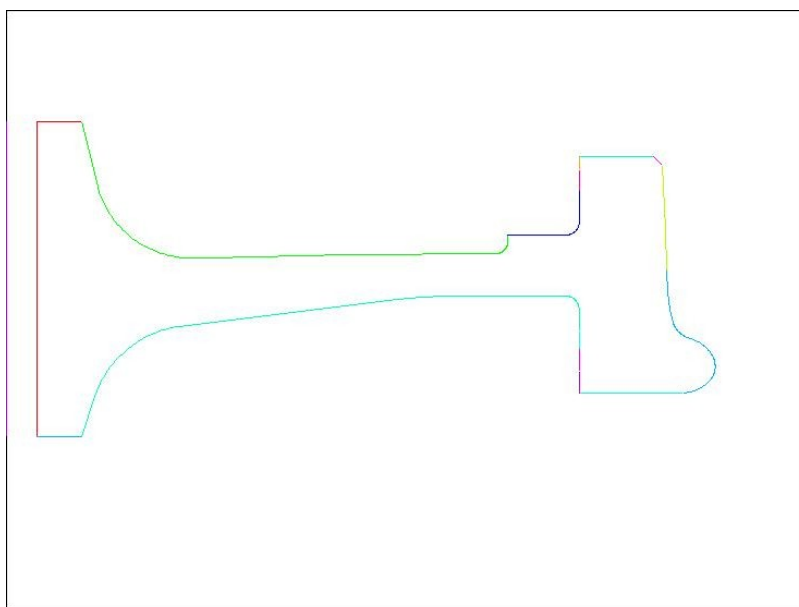
V této části bakalářské práce bylo stručně popsáno řešení modelové úlohy. Metodika výpočtu úlohy lineární statiky a modální analýzy včetně, zpravenání získaných výsledků byla vyzkoušena na příkladu vetknutého nostníku. Získané výsledky dle očekávání odpovídají základním teoretickým předpokladům a provedená zjištění je nyní možné použít v následné praktické části bakalářské práce, kterému se bude věnovat druhá kapitola.

2. Rozbor možné variace výpočtové sítě

Společnost BONATRANS GROUP a. s. poskytla pro tuto bakalářskou práci geometrický model železničního kola, který bylo potřeba s ohledem na jeho podrobnost upravit. Úpravy spočívaly zejména v odstranění drážek na vnějšku kruhového disku. Úpravy byly provedeny jen v nezbytně nutném rozsahu, aby jejich vliv na chování kola byl minimální.



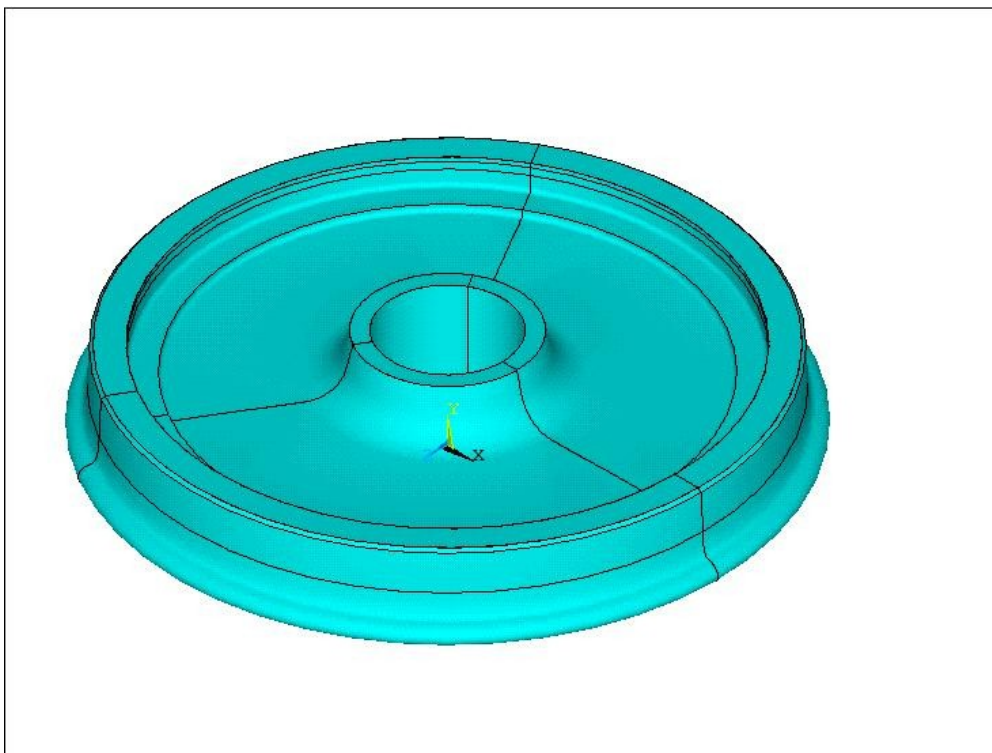
Obrázek č. 9 – Poskytnutý model železničního kola



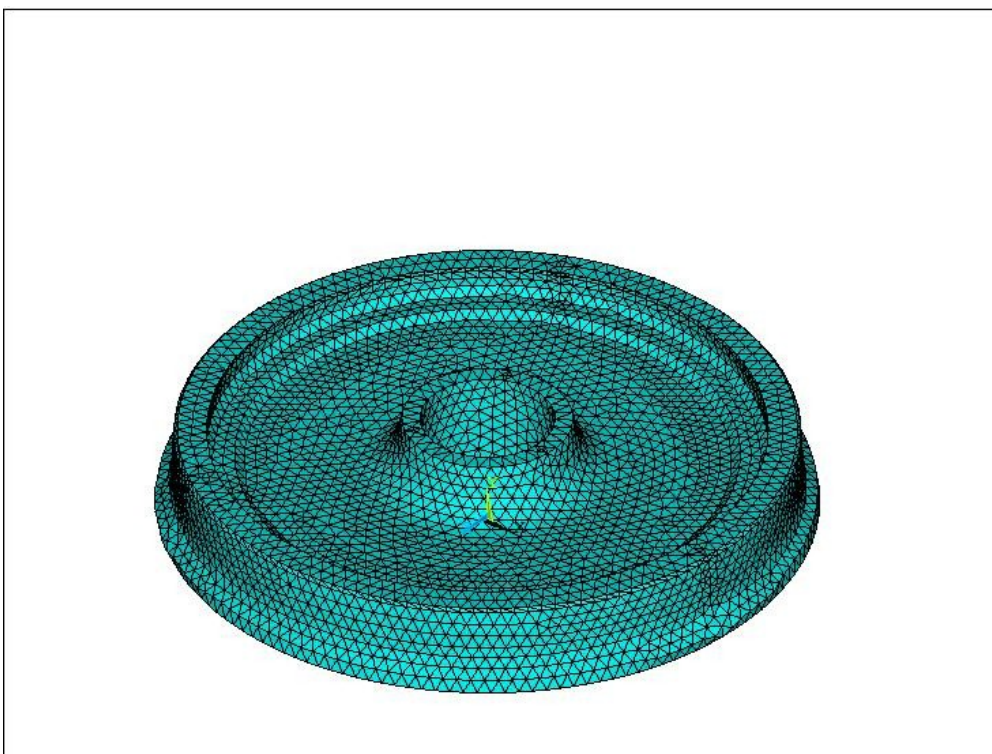
Obrázek č. 10 – Upravený model železničního kola

Pro tuto bakalářskou práci byly zvoleny tři různé varianty konečnoprvkové sítě. První typ je síť plně volná, její označení v rámci této práce je FREE. Tento typ sítě lze uplatnit až na 3D geometrii, proto bylo nutno vytvořit 3D model železničního kola, a to tak, že řez kola byl

orotován kolem axiální osy kola. Při této rotaci bylo nutné rozdělit celkový objem na 3 části z důvodu dělení prvků. Tuto geometrii kola zachycuje obr. č. 11. Pro tento model sítě bylo zvoleno 5 velikostí prvků mezi jednotlivými uzly a to se vzdálenostmi 5, 8, 10, 15 a 20 mm.

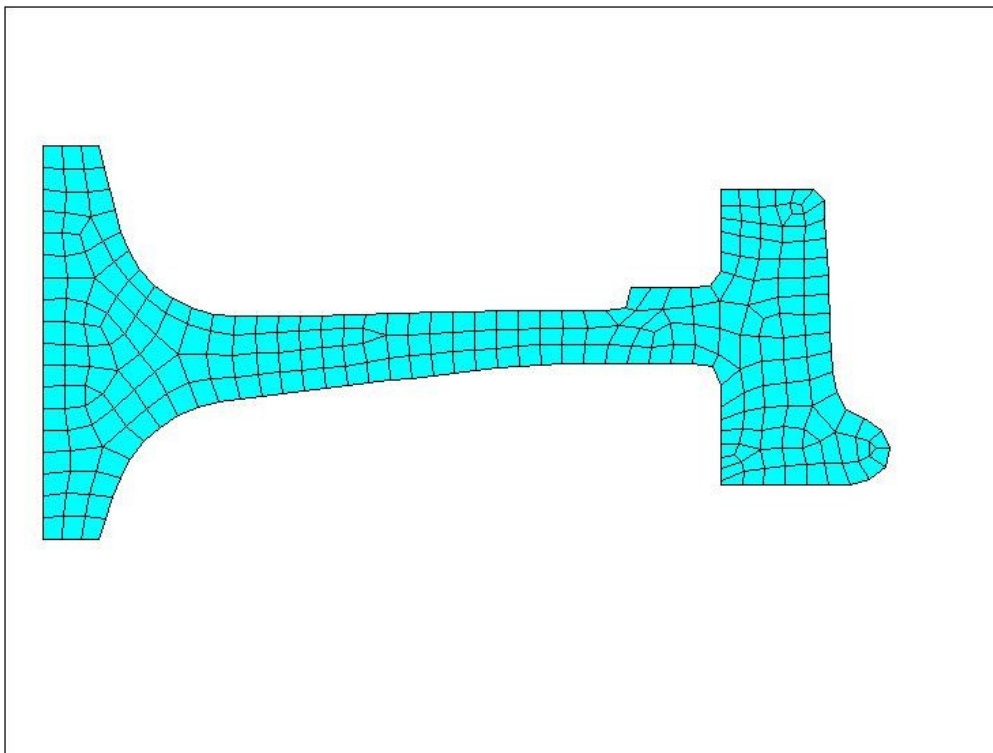


Obrázek č. 11 – Celkový pohled železniční kolo v 3D zobrazení vytvořený v sw ANSYS 12.0



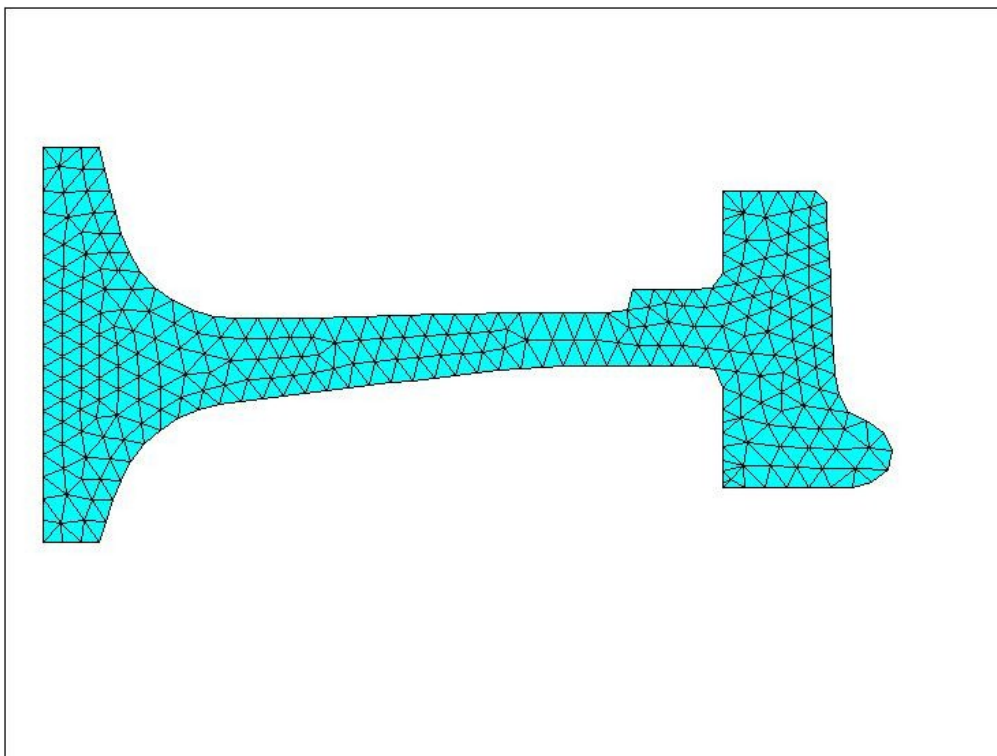
Obrázek č. 12 – Pohled na síť FREE vytvořenou v sw ANSYS 12.0

Dalším typem sítě je podle použitého prvku síť QUAD, u níž je hlavní snahou vytvořit síť tvořenou hlavně šestistěny (tzv. bricky). Tato síť se vytváří na 2D modelu tedy na řezu železničního kola, viz obr. č. 13. Tato vytvořená síť bude orotována kolem axiální osy kola a na obvodu kola bude zvoleno dělení na 30 prvků. Velikost prvku QUAD je zvoleno variantě, a to stejně jako u prvku FREE, tedy 5, 8, 10, 15 a 20 mm.



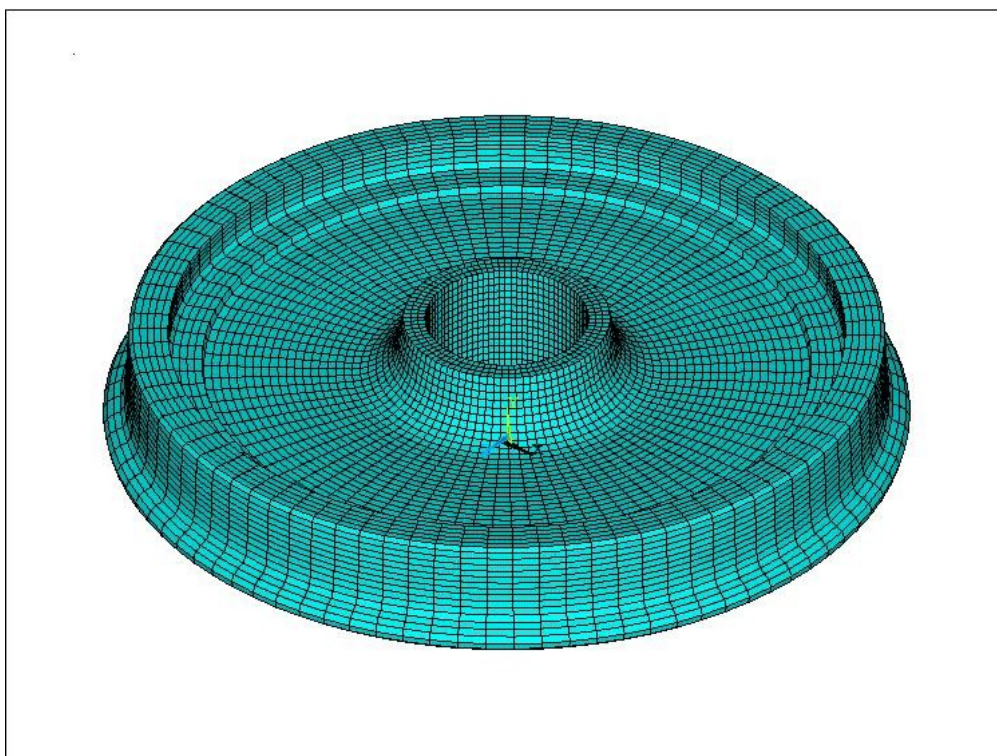
Obrázek č. 13 – Pohled n síť QAUD na řezu kola v sw ANSYS 12.0

Typ sítě typu TRI byl použit stejně jako prvek QUAD, tedy i se stejnou velikostí prvků to znamená 5, 8, 10, 15 a 20 mm. Tato síť se také přiřazuje na 2D plochu, viz obr. č. 14 s následnou rotací. Na obvodu bylo rovněž zvoleno 30 prvků. U tohoto typu sítě není tak přísně požadováno síťování tzv. bricky tedy plocha radiálního řezu je síťována volně trojúhelníkovými prvky.



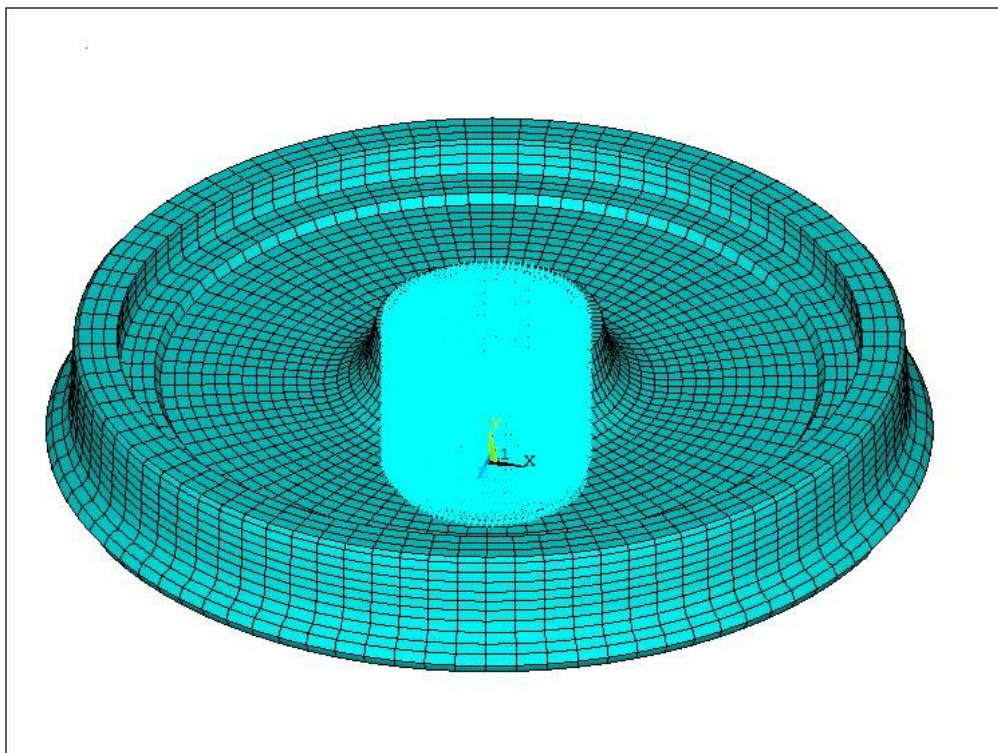
Obrázek č 14. – Pohled n síť TRI na řezu kola v sw ANSYS 12.0

Rotací 2D síťe vznikne 3D síť, viz obr. č 15. Avšak při 3D pohledu vypadá orotovaná síť stejně, jedná-li se o prvek QUAD nebo TRI.



Obrázek č. 15 – Pohled na síť, vytvořenou pomocí plochy a její následnou rotací v sw ANSYS 12.0

Pro volbu okrajových podmínek bylo zvoleno vetknutí pouze na vnitřním obvodu otvoru, a to z důvodu, že je zde kolo nalisováno na hřídel, a to okrajová podmínka je v dostatečné shodě s uložením kola při experimentálních laboratorních testech, viz obr. č. 16



Obrázek č. 16 – Pohled na železniční kolo při volbě okrajových podmínek

Celková příprava před spuštěním samotného výpočtu trvala pro síť FREE 7 minut a pro prvky QUAD a TRI 9 minut. Tyto časy bude třeba zohlednit – přičíst k času výpočtů.

Všechny prvky byly použity i ve variantě meziuzlu, to však na výše uvedeném grafickém zobrazení nemá vliv.

3. Vyhodnocení výsledků

Zadání bude provedeno na počítači s 16 jádrovým procesorem s 32 GB vyrovnávací pamětí RAM, přičemž výpočet této aplikace bude probíhat fyzicky na 8 jádrech, což odpovídá přibližně 4BG RAM na jedno jádro.

Provedenou modální analýzou byly určeny vlastní frekvence a vlastní tvary numerického modelu železničního kola v intervalu od 0 do 5000Hz. Při prvním výpočtu mělo kolo průměrně 55 frekvencí a tvarů, ale některé z těchto hodnot byly ještě sjednoceny zaokrouhlováním. Po tomto zaokrouhlení vzniklo 31 vlastních frekvencí, u některých typů sítě však vzniklo pouze 30 frekvencí což, je ovlivněno nejen zaokrouhlováním, ale také frekvencemi vyššími než 5000Hz.

Pro vyhodnocení výsledků byl použit program Microsoft EXEL. Výpočty z programu Ansys 12.0 (Mechanical APDL) byly do tohoto programu vyexportovány. Vlastní vyhodnocení probíhalo tak, že se tyto výsledky seřadily dle velikosti prvku, které se pak lišily podle typu prvku, z nichž každá měla dvě varianty - s meziuzlem nebo bez meziuzlu. V níže uvedených tabulkách jsou zobrazeny průměrné relativní změny a relativní hodnoty v závislosti na velikosti prvku.

Softwarové řešení vytvořilo textové soubory s vlastními frekvencemi, které se následně zpracovávají. Výsledky byly zpracovány do tabulek podle typu prvků. Dále se vytvořily relativní hodnoty, a to tak, že se vždy hodnota frekvence podělila tou nejpřesnější frekvencí v daném pásmu. Všechny hodnoty od velikosti prvku 8 až po 20 mm byly poděleny velikostí prvku 5 mm. Z těchto hodnot byl vypočten aritmetický průměr. Následně byla zpracována tabulka relativních změn a to tak, že byly odečteny dvě hodnoty ležící vedle sebe. I z těchto hodnot byl určen průměr. Průměr byl určen se směrodatnou odchylkou, protože aritmetický průměr je zde nepřesný. Některé hodnoty po rozdílu vyšly záporně. Obě tyto tabulky byly vyhodnoceny v grafické podobě v závislosti na velikosti elementu. Každá vlastní frekvence má 5 hodnot v grafu. Výsledky byly rozděleny na 4 samostatné grafy po 8 frekvencí z důvodu přehlednosti. Tabulky a grafy jsou součástí přílohy této bakalářské práce. Pro větší přehlednost nyní bude uveden příklad výpočtu tabulkových hodnot.

Příklad určení relativních hodnot

$$K_{(5)} = \frac{f_{(5)}}{f_{(5)}} \quad (3. a)$$

$$K_{(8)} = \frac{f_{(8)}}{f_{(5)}} \quad (3. b)$$

$$K_{(10)} = \frac{f_{(10)}}{f_{(5)}} \quad (3. c)$$

$$K_{(15)} = \frac{f_{(15)}}{f_{(5)}} \quad (3. d)$$

$$K_{(20)} = \frac{f_{(20)}}{f_{(5)}} \quad (3. e)$$

Příklad určení relativních změn

$$\Delta_{(5-5)} = f_{(5)} - f_{(5)} \quad (3. f)$$

$$\Delta_{(5-8)} = f_{(5)} - f_{(8)} \quad (3. g)$$

$$\Delta_{(8-10)} = f_{(8)} - f_{(10)} \quad (3. h)$$

$$\Delta_{(10-15)} = f_{(10)} - f_{(15)} \quad (3. i)$$

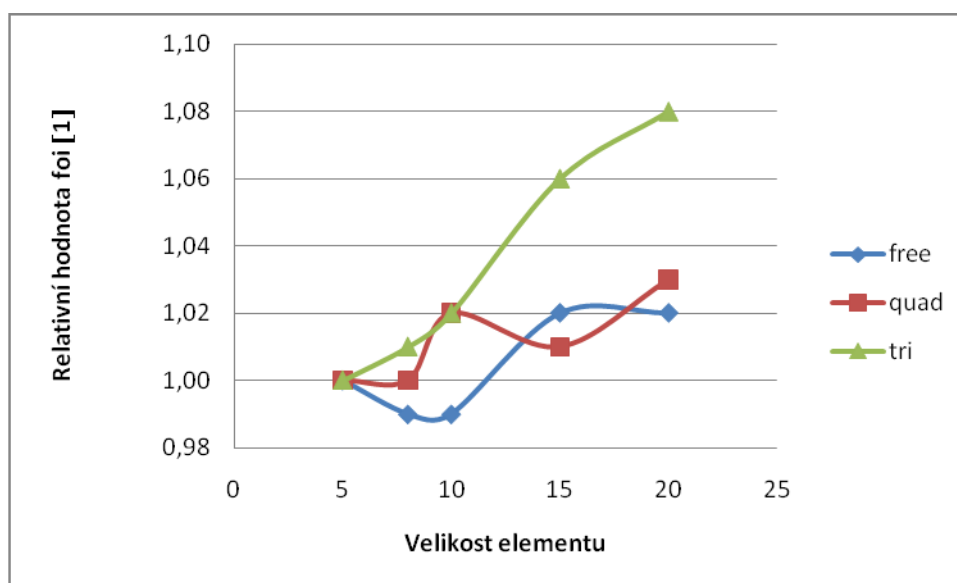
$$\Delta_{(15-20)} = f_{(15)} - f_{(20)} \quad (3. j)$$

3.1. Vyhodnocení průměrných hodnot

Při vyhodnocení dat z metody konečných prvků pomocí tabulek a jejich následného grafického zobrazení byly určeny průměrné hodnoty, které můžeme vidět níže. První tabulka určuje relativní hodnoty. Tyto hodnoty patří prvkům bez meziuzlu.

	5	8	10	15	20
free	1,00	0,99	0,99	1,02	1,02
quad	1,00	1,00	1,02	1,01	1,03
tri	1,00	1,01	1,02	1,06	1,08

Tabulka č. 3 – Průměrné relativních hodnot bez meziuzlu

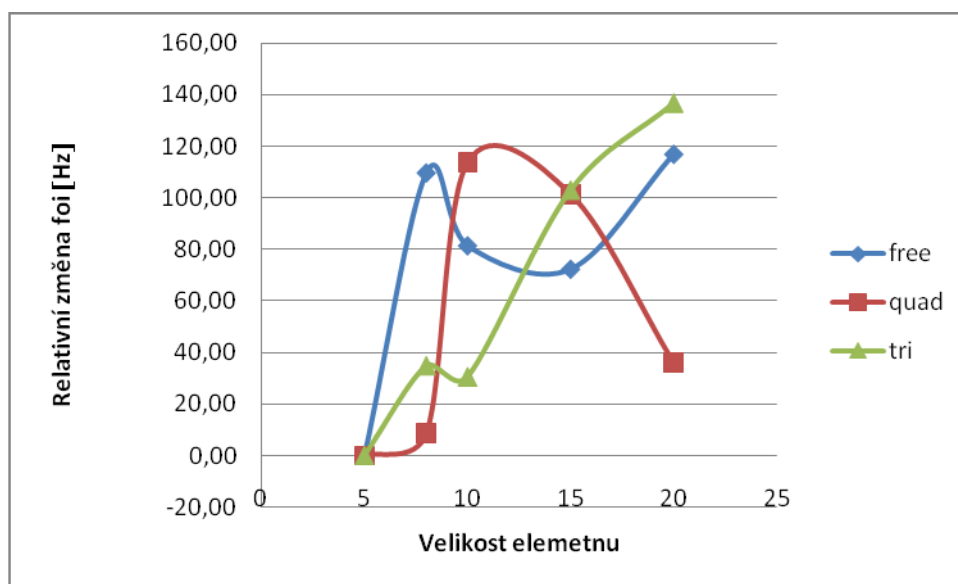


Graf č. 5 – Graf průměrných relativních hodnot bez mezi uzlu

V další tabulce se nachází průměrné hodnoty relativních změn, prátřících rovněž prvkům bezmezi uzlu a její grafické zobrazení.

	5	8	10	15	20
free	0,00	109,69	81,39	72,26	116,90
quad	0,00	8,71	113,67	101,39	36,10
tri	0,00	34,74	30,46	102,88	136,65

Tabulka č. 4 – Průměrné hodnoty relativních změn bez mezi uzlu

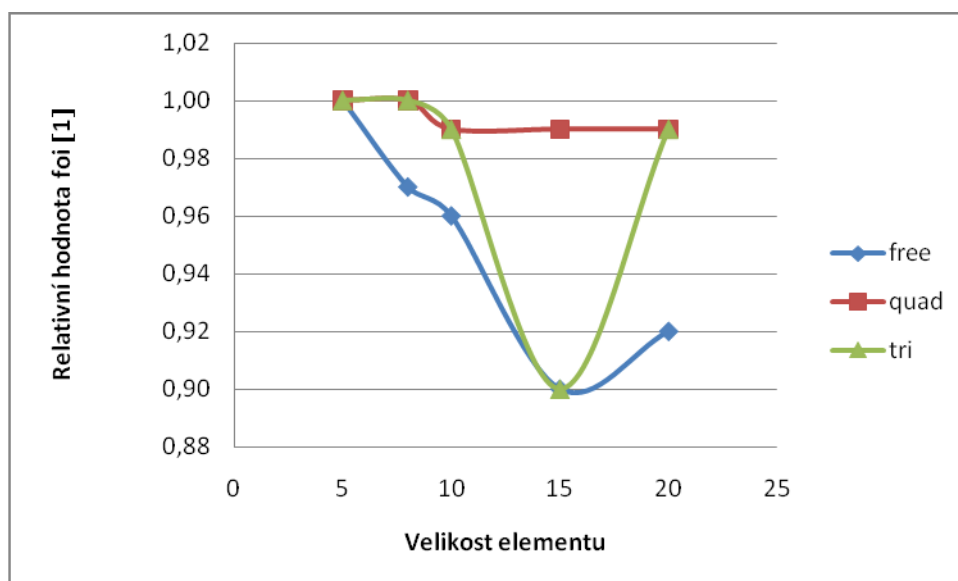


Graf č. 6 – Graf průměrných relativních změn bez meziuzlu

V další tabulce jsou průměrné opět relativní hodnoty prvku s mezi uzlem a její vyhodnocení v grafu.

	5	8	10	15	20
free	1,00	0,97	0,96	0,90	0,92
quad	1,00	1,00	0,99	0,99	0,99
tri	1,00	1,00	0,99	0,90	0,99

Tabulka č. 5 – Průměrné relativní hodnoty s meziuzly

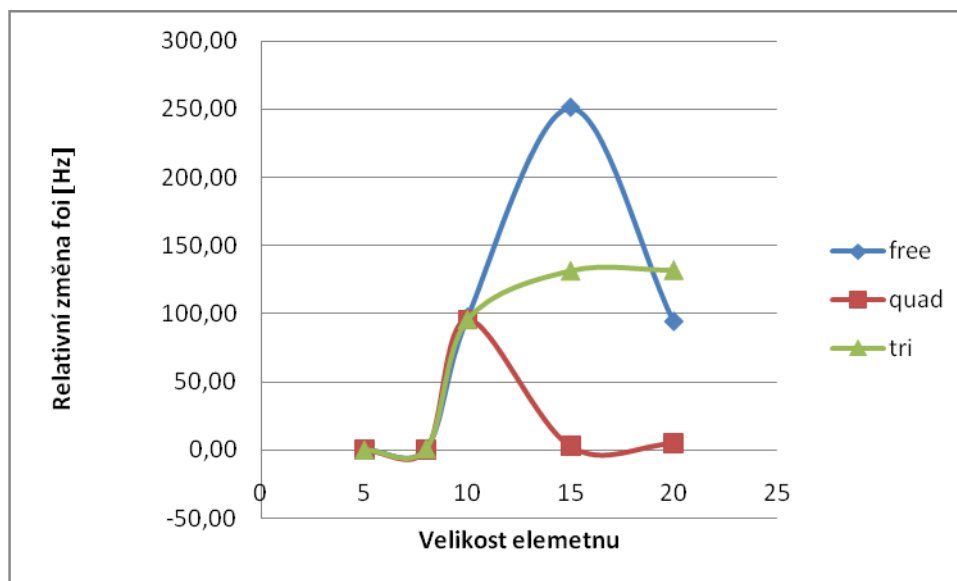


Graf č. 7 – Graf průměrných relativních hodnot s meziuzly

V níže uvedené tabulce se nachází průměrné relativní změny prvku s mezi uzlem a její grafické zobrazení.

	5	8	10	15	20
free	0,00	1,02	97,37	251,16	94,27
quad	0,00	0,45	95,52	2,76	4,99
tri	0,00	1,10	95,66	131,45	131,91

Tabulka č. 6 – Průměrné relativní změny s mezi uzly



Graf č. 8 – Graf průměrných relativních změn s meziuzly

Veškeré tabulky a jejich grafické zobrazení se nachází v přílohách díky jejich četnosti a velikosti.

Jedním z faktorů vyhodnocování je jak přesnost výsledků, která je popsána výše, tak čas výpočtu. Pro toto kritérium byla vytvořena tabulka č. 7. Tyto výpočty byly převzaty z výstupního souboru MKP softwaru.

typ síťe	velikost el.	mezi uzel	příprava	výpočet	celkem
FREE	5	ne	7 min	19 min	26 min
FREE	8	ne	7 min	10 min	17 min
FREE	10	ne	7 min	2 min	11 min
FREE	15	ne	7 min	1 min	8 min
FREE	20	ne	7 min	1 min	8 min
FREE	5	ano	7 min	8 h 20 min	8h 27 min
FREE	8	ano	7 min	2 h 49 min	2 h 56 min
FREE	10	ano	7 min	36 min	33 min
FREE	15	ano	7 min	19 min	26 min
FREE	20	ano	7 min	10 min	17 min
QUAD	5	ne	9 min	26 min	37 min
QUAD	8	ne	9 min	16 min	27 min
QUAD	10	ne	9 min	13 min	20 min
QUAD	15	ne	9 min	8 min	17 min
QUAD	20	ne	9 min	5 min	14 min
QUAD	5	ano	9 min	35 min	44 min
QUAD	8	ano	9 min	29 min	38 min
QUAD	10	ano	9 min	26 min	35 min
QUAD	15	ano	9 min	20 min	29 min
QUAD	20	ano	9 min	18 min	27 min
TRI	5	ne	9 min	27 min	36 min
TRI	8	ne	9 min	17 min	26 min
TRI	10	ne	9 min	14 min	23 min
TRI	15	ne	9 min	9 min	18 min
TRI	20	ne	9 min	6 min	15 min
TRI	5	ano	9 min	36 min	45 min
TRI	8	ano	9 min	30 min	39 min
TRI	10	ano	9 min	27 min	36 min
TRI	15	ano	9 min	21 min	30 min
TRI	20	ano	9 min	19 min	28 min

Tabulka č. 7 – Vyhodnocení času všech výpočtů

3.2. Zhodnocení získaných výsledků

Cílem této části práce bylo zhodnotit citlivost výsledků na velikost použitého konečného prvku. Citlivostní analýza byla provedena na poskytnutém modelu železničního kola. Prvním zjištěním je, že pro všechny použité typy prvku nejlépe vychází konečnoprvkové modely z nejkratší zvolené hranou prvku tedy 5 mm. Hlubším srovnáním získaných výsledků je možnost dospět k závěru, že nejleší variantou pro diskretizaci geometrického modelu železničního kola je použití konečného prvku typu QUAD s meziuzly do délky hrany prvku 8 mm.

4. Závěr a doporučení

Cílem této bakalářské práce bylo provést studii citlivosti výsledů modální analýzy železničního kola a navrhnout optimální výpočet tak, aby výsledky této práce mohly sloužit vývojovým pracovníkům společnosti BONATRANS GROUP a.s. Bakalářská práce se ve své první části zabývá teoretickým stanovením optimální konfigurace konečnoprvkového modelu jak z pohledu geometrického, tak z hlediska typu konečného prvku. Následně pak stručně popisuje metodiku výpočtů, kde na základě získaných výsledků byly zjištěné a ověřené použité metody. Ve druhé části této bakalářské práce je popsán rozbor a následně 3 různé varianty konečnoprvkové sítě, které jsou zde dále rozvedeny a popsány. Konečně v třetí části jsou vlastní výpočty a jejich převod do použitých výsledkových souborů. Tyto výsledky jsou následně opětovně zpracovány a dále zhodnoceny v tabulkách a grafech.

Za cenný vedlejší výsledek této práce lze považovat pozorované charakteristiky konvergence vlastních frekvencí železničního kola v závislosti na jemnosti sítě. Zatímco počáteční rozbor této vlastnosti metody konečných prvků a její praktické ověření na triviálním příkladu vykazují monotónní konvergenci k limitní hodnotě, tak předpoklad monotónní konvergence vlastních frekvencí se u železničního kola nepotvrdil. Na základě provedených analýz nelze posoudit, zda se jedná o vlastnost užitého SW, typu užitě sítě nebo o specifickou vlastnost metody. V kontextu tohoto zjištění nabývá provedená studie výrazně na svém praktickém významu.

Cíl bakalářské práce byl splněn tak, že na jeho základě lze výrobcí železničního soukolí doporučit neoptimálnější řešení citlivosti výsledků modální analýzy. Jak vyplývá ze zhodnocení získaných výsledků, pro všechna řešení nejlépe vychází konečnoprvkové modely z nejkratší zvolené hranou prvku. Hlubším srovnáním získaných hodnot dospěla tato bakalářská práce k doporučení, že nejlépe je pro diskretizaci modelu železničního kola použití konečného prvku typu QUAD s meziuzly do délky hrany prvku 8 mm.

Prakticky využity však mohou být i všechny tabulky a grafy, které jsou přílohou této bakalářské práce, kdy lze na základě poměrně rychle vizuální orientace dojít k závěrům, které tato bakalářská práce doporučuje.

Seznam použité literatury

[1] Ansys, Inc. *ANSYS 12.1 Release Product Documentation*. SAP, Inc., 2009 V elektrocnické podobě dostupného jako součást instalace programu ANSYS 12.1.

[2] BAZHE, Klaus – Jurgen. *Finite Element Procedures*. New Jersey: Prentice – Hall, 1996. 1037 s. ISBN 0-13-301458-4

[3] KOLÁŘ, V., NĚMEC, L., KANICKÝ, V., *FEM: Principy a praxe metody konečných prvků*. 1.vyd. Praha : Computer Press, 1997. 401 s. ISBN 80-7226-021-9.

[4] REDDY, J. N. *An Introduction to the Finite Element Method*. Third Ed. New York : McGraw-Hill, 2006. 766s. ISBN 0-07-246685-5.

[5] LEINVEBER, Jan; VÁVRA, Pavel. *Strojnické tabulky*. Úvaly : Albra, 2003. 865 s.

[6] Železniční dvojkolí. In *Wikipedia : the free encyclopedia* [online]. St. Petersburg (Florida): Wikipedia Foundation, [cit. 2011-02-19]. Dostupné z WWW: <http://cs.wikipedia.org/wiki/Železniční_dvojkolí>.

[7] Metoda konečných prvků. In *Wikipedia : the free encyclopedia* [online]. St. Petersburg (Florida) : Wikipedia Foundation, [cit. 2011-03-22]. Dostupné z WWW: <http://cs.wikipedia.org/wiki/Metoda_konečných_prvků>.

[8] QUEK, S. S. ; LIU, Gui-Rong . *The finite element method: a practical course* [online]. [s.l.] : Butterworth-Heinemann, 2003 [cit. 2011-02-19]. Dostupné z WWW:

<http://books.google.cz/books?id=_xbugmEwQz8C&dq=finite+element+method&source=gb_s_navlinks_s>.

[9] FREY, Pascal Jean; GEORGE, Paul-Louis. Mesh Generation: Application to Finite Elements [online]. Hardcover : ISTE Publishing Company, 28,5,2007 [cit. 2011-03-19]. Dostupné z WWW: <<http://library.nu/docs/S06D8WO75A/Mesh%20Generation%3A%20Application%20to%20Finite%20Elements>>.

[10] LENERT, Jiří. *Úvod do metody konečných prvků*. Ostrava: VŠB - TECHNICKÁ UNIVERSITA OSTRAVA, 1999. 110 s.

